СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

ПРОИЗВОДНЫЕ, ПЕРВООБРАЗНЫЕ

ЭТО НАДО ЗНАТЬ

Производная числа, линейной и степенной функции. Пусть k и n — любые числа, а x принимает такие значения, что обе части каждой из формул имеют смысл. Тогда справедливы формулы:

$$(const)' = 0, \qquad x' = 1, \qquad (kx+b)' = k, \qquad (x^n)' = nx^{n-1}.$$

В частности:

$$\sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \qquad \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}.$$

Правила дифференцирования. Пусть функции f и g определены и дифференцируемы на некотором множестве I, c_1 и c_2 — любые действительные числа. Тогда на множестве I справедливы соотношения:

$$(c_1 f + c_2 g)' = c_1 f' + c_2 g', \qquad (f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g',$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2},\ g \neq 0, \qquad [f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x).$$

Производная многочлена. Производная многочлена равна сумме производных всех его членов.

Уравнение прямой. Если прямая не параллельна оси Oy, то ее уравнение может быть записано в виде $y = kx + b$. Коэффициент k называют угловым коэффициентом прямой: $k = \operatorname{tg}\alpha$, где α — величина угла между этой прямой и положительным направлением оси Ox, $0 \le \alpha < 180°$, $\alpha \neq 90°$.

Уравнение касательной. Уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в его точке $(x_0; y_0)$ задается формулой $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$, где $f'(x_0) = k$ — угловой коэффициент касательной.

Физический смысл производной. Пусть материальная точка движется по прямой так, что ее координата зависит от времени по закону $x = x(t)$. Тогда скорость материальной точки меняется по закону $v(t) = x'(t)$, а ее ускорение меняется по закону $a(t) = v'(t)$.

Монотонность и экстремумы функции. Пусть дан график производной функции, определенной во всех точках некоторого промежутка. Существование конечной производной означает дифференцируемость функции на этом промежутке, а значит, влечет существование и непрерывность самой функции на нем. Тогда для определения поведения функции по знаку ее производной можно использовать следующие утверждения.

Если производная функции положительна на некотором промежутке, то функция возрастает на нем.

Если производная функции отрицательна на некотором промежутке, то функция убывает на нем.

Если производная функции в некоторой точке меняет знак с плюса на минус, то функция имеет в этой точке максимум.

Если производная функции в некоторой точке меняет знак с минуса на плюс, то функция имеет в этой точке минимум.

ОСОБЕННОСТИ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ

Тематика экзаменационных задач традиционна, полностью соответствует школьным учебникам. Предлагаемые задания в целом несложные, решение обычно сводится к реализации несложного алгоритма. При подготовке к экзамену следует повторить таблицу производных и правила дифференцирования и обратить внимание на различия в понятиях точка экстремума, экстремум, координаты точки экстремума, наибольшее и наименьшее значение функции.

Основной корпус заданий представляет собой несложные задачи на определение поведения функции или ее производной по графику этой функции или ее производной. Важно внимательно следить за тем, график какой функции дан и про какую функцию поставлен вопрос задачи. Типичные ошибки решающих состоят в том, что, анализируя график производной, они путают его с графиком самой функции.

ЭТО НАДО ЗНАТЬ

Первообразная. Функция $F(x)$ называется первообразной функции $f(x)$ на некотором промежутке, если для всех x из этого промежутка $F'(x) = f(x)$. Приведем таблицу первообразных некоторых функций (в ней k, n, C — постоянные, x — переменная):

$f(x)$	k	x	$x^n,\ n \neq -1$
$F(x)$	$kx + C$	$\frac{1}{2}x^2 + C$	$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$

Справедливы следующие утверждения.

– Если $F(x)$ — первообразная $f(x)$, а $G(x)$ — первообразная $g(x)$, то $F(x) + G(x)$ — первообразная $f(x) + g(x)$.

– Если $F(x)$ есть первообразная для $f(x)$, а k — постоянная, то $k \cdot F(x)$ есть первообразная для $k \cdot f(x)$.

– Первообразная многочлена равна сумме первообразных всех его членов.

Криволинейная трапеция и ее площадь. Пусть на отрезке $[a; b]$ задана непрерывная неотрицательная функция $f(x)$. *Криволинейной трапецией* называется фигура, ограниченная графиком этой функции, осью абсцисс и прямыми $x = a$ и $x = b$.

Если при этом функция $F(x)$ является первообразной функции $f(x)$ на отрезке $[a; b]$, то *площадь криволинейной трапеции* вычисляется по формуле $S = F(b) - F(a)$. Эта разность первообразных обозначается также $\int_a^b f(x)dx$.

ОСОБЕННОСТИ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ

Основной корпус заданий этого типа представляет собой несложные задания на определение понятия первообразной и умению выразить площадь криволинейной трапеции через значения первообразной. При проведении расчетов возможны вычислительные трудности, следует тщательно проверять все выкладки.