

ФУНКЦИИ

1. Функции, их свойства.

Линейная функция и обратная пропорциональность

Функция – это такая зависимость переменной y от переменной x , при которой каждому значению переменной x соответствует единственное значение переменной y .

Переменная x называется независимой переменной или аргументом.

Переменная y называется **зависимой** переменной и говорят, что переменная y является функцией от переменной x .

Область определения функции – это все значения независимой переменной; **область значений функции** – это все значения, которые принимает зависимая переменная.

График функции – это множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты – соответствующим значениям функции.

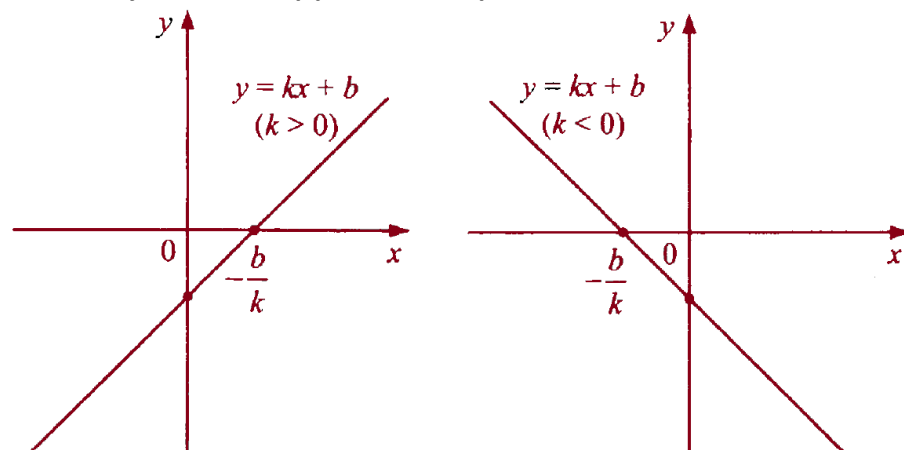
Нули функции – это значения аргумента, при которых функция обращается в нуль.

Функция называется **возрастающей** на некотором промежутке I , если для любых $x_1, x_2 \in I$ таких, что $x_1 < x_2$, верно неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.

Функция называется **убывающей** на некотором промежутке I , если для любых $x_1, x_2 \in I$ таких, что $x_1 < x_2$, верно неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.

Линейной функцией называется функция, заданная формулой вида $y=kx+b$, где x – аргумент, $k, b \in \mathbb{R}$. График линейной функции – **прямая**.

Число k называется **угловым коэффициентом** прямой.



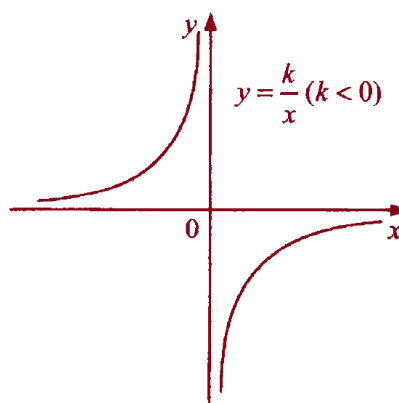
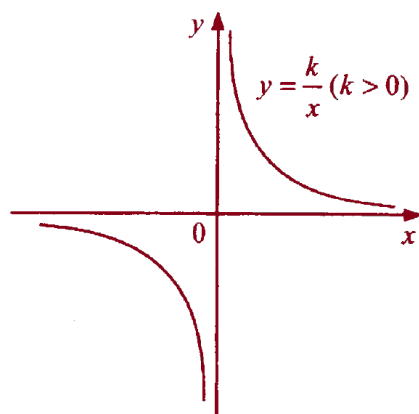
Нуль линейной функции: $x = -\frac{b}{k}$.

Если $k > 0$, то $y > 0$ при $x > -\frac{b}{k}$ и $y < 0$ при $x < -\frac{b}{k}$; если $k < 0$, то $y > 0$ при $x < -\frac{b}{k}$ и $y < 0$ при $x > -\frac{b}{k}$.

При $k > 0$ функция $y=kx+b$ возрастает на $\mathbb{R}$, при $k < 0$ – убывает на $\mathbb{R}$.

Обратной пропорциональностью называется функция, заданная формулой $y = \frac{k}{x}$, где x – аргумент, $k \in \mathbb{R}$, $k \neq 0$.

Область определения этой функции – $x \neq 0$.



У функции $y = \frac{k}{x}$ нет нулей.

При $k > 0$ $y > 0$ при $x > 0$ и $y < 0$ при $x < 0$;

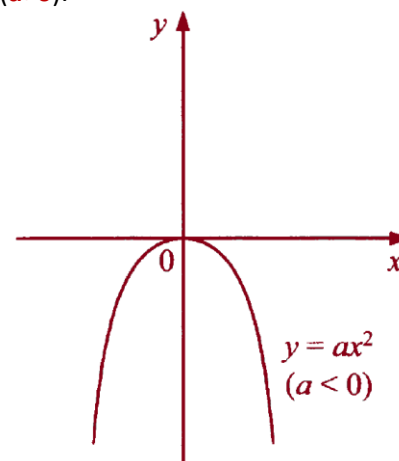
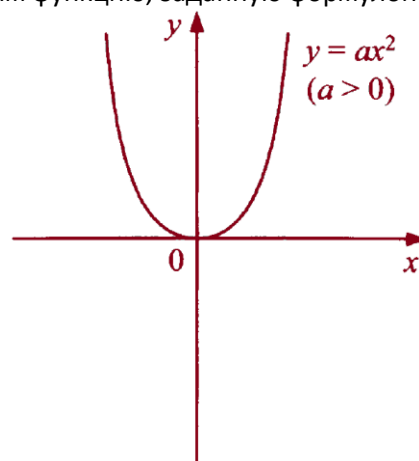
при $k < 0$ $y < 0$ при $x < 0$ и $y > 0$ при $x > 0$.

При $k > 0$ функция $y = \frac{k}{x}$ убывает на всей области определения, при $k < 0$ функция $y = \frac{k}{x}$ возрастает на всей области определения.

2. Квадратичная функция

Квадратичная функция – это функция, заданная формулой вида $y = ax^2 + bx + c$, где x – аргумент, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Рассмотрим функцию, заданную формулой $y = ax^2$ ($a \neq 0$).



Свойства функции $y = ax^2$:

- 1) Если $x = 0$, то $y = 0$, то есть график функции проходит через начало координат.
- 2) Если $x \neq 0$, то $y > 0$ при $a > 0$ и $y < 0$ при $a < 0$.
- 3) График функции симметричен относительно оси y .
- 4) При $a > 0$ функция убывает на промежутке $(-\infty; 0]$ и возрастает на промежутке $[0; +\infty)$; при $a < 0$ функция возрастает на промежутке $(-\infty; 0]$ и убывает на промежутке $[0; +\infty)$.
- 5) При $a > 0$ $y_{\min} = 0$, при $a < 0$ $y_{\max} = 0$.

График функции $y = ax^2 + m$ получается из графика функции $y = ax^2$ параллельным переносом вдоль оси y на m единиц вверх при $m > 0$ или на $(-m)$ единиц вниз, если $m < 0$.

График функции $y = a(x - m)^2$ получается из графика функции $y = ax^2$ параллельным переносом вдоль оси x на m единиц вправо при $m > 0$ или на $(-m)$ единиц влево, если $m < 0$.

Вершина параболы – это точка пересечения параболы с её осью симметрии.

Вершина параболы $y = ax^2 + bx + c$ имеет координаты $\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$.

3. Степенная функция

Функция $y=f(x)$ называется **чётной**, если область её определения симметрична относительно нуля и для любого значения аргумента x выполняется равенство $f(-x)=f(x)$. График любой чётной функции симметричен относительно оси y .

Функция $y=f(x)$ называется **нечётной**, если область её определения симметрична относительно нуля и для любого значения аргумента x выполняется равенство $f(-x)=-f(x)$. График любой нечётной функции симметричен относительно начала координат.

Степенной функцией с натуральным показателем называется функция, заданная формулой $y=x^n$, где x – аргумент, $n \in \mathbb{N}$.

Свойства функции $y=x^n$ при чётном $n(n=2k, k \in \mathbb{N})$:

- 1) Если $x=0$, то $y=0$ (график функции проходит через начало координат).
- 2) Если $x \neq 0$, то $y > 0$.
- 3) Функция является чётной.
- 4) Функция возрастает на промежутке $[0; +\infty)$ и убывает на промежутке $(-\infty; 0]$.
- 5) Область значений функции – $[0; +\infty)$.

Свойства функции $y=x^n$ при нечётном $n(n=2k-1, k \in \mathbb{N})$:

- 1) Если $x=0$, то $y=0$ (график функции проходит через начало координат).
- 2) Если $x > 0$, то $y > 0$; если $x < 0$, то $y < 0$.
- 3) Функция является нечётной.
- 4) Функция возрастает на промежутке $(-\infty; +\infty)$.
- 5) Область значений функции – $\mathbb{R}$.